



РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

СЕДЕМНАДЕСЕТТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 31.11.2014 г.

Тема за 10 клас

Отговори:

- | | | | |
|-----|---------------------------|-----|--|
| 1. | Б) | 13. | Г) |
| 2. | Г) | 14. | $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ |
| 3. | В) | 15. | $\frac{\sqrt{41}-4}{4}$ |
| 4. | А) | 16. | Г) |
| 5. | А) | 17. | Б) |
| 6. | Г) | 18. | Б) |
| 7. | В) | 19. | А) |
| 8. | $x \in (-1;1) \cup \{2\}$ | 20. | $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$ |
| 9. | 162 кв.см | | |
| 10. | $\sqrt{34}$ | | |
| 11. | Б) | | |
| 12. | Г) | | |

Решение на задачата:

А) Полагаме $x^2 - 2x - 1 = y \Rightarrow y^2 - 4y - b^2 + 5b = 0$ (1).

Ако y_1, y_2 са реални корени на (1), то за уравненията $x^2 - 2x - 1 - y_1 = 0$ и $x^2 - 2x - 1 - y_2 = 0$
 $\Rightarrow D_1 \geq 0$ и $D_2 \geq 0 \Rightarrow y_1 \geq -2$ и $y_2 \geq -2$

$$\Rightarrow \begin{cases} D \geq 0 \\ f(-2) \geq 0 \\ -\frac{b}{2a} \geq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty) \\ b \in \left[\frac{5-\sqrt{73}}{2}; \frac{5+\sqrt{73}}{2} \right] \\ b \in R \end{cases} \Rightarrow b \in \left[\frac{5-\sqrt{73}}{2}; 1 \right] \cup \left[4; \frac{5+\sqrt{73}}{2} \right].$$

$$\text{Б) } M = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}} = \frac{x_1 x_2 x_3 x_4}{x_2 x_3 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_2 x_3} = \frac{x_1 x_2 x_3 x_4}{x_1 x_2 (x_3 + x_4) + x_3 x_4 (x_1 + x_2)}.$$

От формули на Виет $\Rightarrow x_1 x_2 = -1 - y_1; x_1 + x_2 = 2$, $x_3 x_4 = -1 - y_2; x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow M = \frac{y_1 \cdot y_2 + y_1 + y_2 + 1}{-2(2 + y_1 + y_2)}$.

От формули на Виет за (1) $\Rightarrow y_1 \cdot y_2 = -b^2 + 5b; y_1 + y_2 = 4 \Rightarrow M = \frac{b^2 - 5b - 5}{12}$.

\Rightarrow най-малката стойност на M е $M(1) = M(4) = -\frac{3}{4} \Rightarrow P = 9$.